Влияние излучения Хокинга на гравитацинно коллапсирующую звезду. Часть 1: Черные Дыры?

- Laura Mersini-Houghton[a, b]
- [a] DAMTP, University of Cambridge, Wilberforce Rd., Cambridge, CB3 0WA, England, UK
- [b] Department of Physics and Astronomy, UNC, Chapel Hill, NC 27599, USA

Received 11 August 2014, Revised 6 September 2014, Accepted 7 September 2014, Available online 16 September 2014

Аннотация.

Частицы, возникающие вследствие излучения Хокинга приводят к изменению гравитационного поля коллапсирующей звезды. Два основных начальных условия в далеком прошлом в квантовом поле, из которого возникают частицы, это вакуум Хартле–Хокинга и вакуум Унру. Первые ведут к симметричному по времени тепловому излучению, а вторые, к потоку излучения, выходящему из коллапсирующей звезды. Энергия излучения Хокинга в недрах коллапсирующей звезды отрицательна и равна по величине ее значению в бесконечном будущем. Данная работа посвящена исследованию реакции излучения Хокинга во внутреннюю часть гравитационно коллапсирующих звезд, в случае, если имеем первоначально вакуум Харле–Хокинга. Она показывает, что из-за отрицательной энергии излучения Хокинга во внутреннюю область, коллапс звезды останавливается на конечном радиусе, перед образованием сингулярности и горизонта событий Черной Дыры. Таким образом, звезда отскакивает вместо коллапса в Черную Дыру. Ловушечная поверхность в последней стадии коллапса звезды при минимальном размере может существовать временно. Её существование зависит от деталей коллапса. Результаты для случая Хокингского потока для начального излучения Унру будет представлена в статье 2.

1. Введение

Влияние Хокинговского излучения на звезду, коллапсирующую в Черную Дыру, является старой проблемой и имеет большое значение. Она несет в себе любопытную возможность того, что Черные Дыры могут не образовываться вообще. Излучение Хокинга возникает в виде частиц на искривленном пространстве-времени в квантовой теории поля. Поэтому, если его реакция на динамику звезды имеет большое значение, это обеспечило бы пример решающей роли квантовых эффектов в сильных гравитационных полях, таких, как у массивных взрывающихся звезд.

В 1939 году Оппенгеймер и Снайдер [1], показали, что окончательная судьба сферически-симметричного коллапса звезды это коллапс с образованием Черной Дыры. В 1974 и 1975 годах, Хокинг [2], а затем Паркер [3], обнаружили, что квантовые эффекты от искривленного пространства-времени, полученного с помощью сильного гравитационного поля звезды коллапсирующую в Черную Дыру, приводят к тепловому потоку частиц, известному как излучение Хокинга.

Несмотря на усилия, посвященные пониманию физики Черных Дыр с момента открытия излучения Хокинга, главным камнем преткновения в этих усилиях был вопрос о потери информации: парадокс [4], описанный в разных статьях. Одним из самых захватывающих парадоксов, вытекающих из тайны потери информации, является недавняя проблема «стены огня», поставленная в [5], затем предсказанная в [6].

Среди всех загадок и парадоксов, существует тривиальная возможность, что Черные Дыры могут не образоваться. Она является предметом настоящего исследования. В пределах ряда приближений, таких как сферическая симметрия и однородность коллапсирующей звезды, эта работа показывает, что Черная Дыра может не возникнуть, если учитывать обратный поток квантовых частиц в динамике коллапсирующей звезды.

На следующем этапе этого исследования, мы опускаем некоторые предположения, сделанные здесь для решения 4-мерных уравнений Эйнштейна для внутренней части коллапсирующей звезды с потоком излучения, а также используем вакуум Унру в качестве начального состояния квантового поля в далеком прошлом [7]. Эти результаты и их сравнение с методом, изложенным здесь, будут даны в [8].

2. Внутренняя метрика звезды

Рассмотрим сферически симметричную звезду с однородной плотностью и с ТЭИ в виде идеальной жидкости, в состоянии гравитационного коллапса. Тензор энергии жидкости:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + \mathrm{p})u_\mu u_\nu + p g_{\mu\nu} \qquad (2.1)$$

где ρ плотность массы-энергии, u_μ - 4-скорость текучей среды, а p изотропное давление. Гидродинамические уравнения для этой жидкости звезды следуют из сохранения энергии: $T^{\alpha\beta}_{;\alpha}$ в сочетании с уравнениями Эйнштейна. Метрику внутри сферически симметричной звезды, можно записать в общем виде:

$$ds^2_{int} = -e^{2\Phi}dt^2 + e^{\lambda}dr^2 + R(t,r)^2 d\Omega^2 \qquad (2.2)$$

где $d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$ и $R\,(r,t)$ радиус [10]. В результате теоремы Биркгофа, в вакууме эта метрика должна приближаться к метрике Шварцшильда вне звезды

$$ds^2_{ext} = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \frac{dr^2}{1-\dfrac{2m}{r}} + r^2 d\Omega^2 \qquad (2.3)$$

Множество динамических ограничений и гидродинамических отношений, из уравнений Эйнштейна, $G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$ наряду с законом сохранения энергии, приведены в работах [10] и [12]. Мы кратко рассмотрим здесь отношение приведенной выше метрики к метрике закрытой ФРУ (Фридмана-Робертсона-Уокера) вселенной, которую мы используем для оставшейся части статьи, а также гидродинамическое уравнение для скорости потока. Релятивистский фактор 'Лоренца Г ' и 'собственная 'скорость жидкости U определяются соотношением $\Gamma = D_r R$ и $U = D_t R$, где задаются соответствующие производные по метрике (2.2) $D_t = \mathrm{e}^{-\varphi}\,(\partial_t)_r$ и $D_r = \mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2}}(\partial_r)_t$. С помощью этих определений, можно показать, что общая метрика может быть записана в виде замкнутой ФРУ вселенной для случая любой сферически симметричной однородной звезды. Нормализация 4-скорость жидкой звезды $u_\mu u^\mu = -1$ дает соотношение:

$$\Gamma^2 = 1 + U^2 - \tfrac{2m}{R} = 1 + R^2[\left(\tfrac{\dot{A}}{A}\right)^2 - \tfrac{8\pi\rho}{3}] \qquad (2.4)$$

Так как звезда однородна, выражение внутри скобок зависят только от времени, таким образом, они могут быть собраны в функцию $1/a^2(t)$, которая преобразуется в фактор Лоренца в [12]:

$$\Gamma^2 = 1 - k\frac{r^2}{a(t)^2} \qquad (2.5)$$

где $\kappa = 1{,}0,-1$ соответствуют обычно случаям закрытой, плоской и открытой ФРУ, точка и штрих означают производные по времени и радиуса, и без потери общности можно считать $\bar{R} = r$. Отношение e^{λ} к R, Γ задается как $\Gamma = D_r R = \mathrm{e}^{-\frac{\lambda}{2}}\frac{\partial R}{\partial r}$, в то время как одно из уравнений Эйнштейна [10] дает $\varphi' = 0$ в случае однородной пыли. Поэтому метрика уравнения. (2.2) внутри коллапсирующей звезды становится:

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2\left(\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Omega^2\right) \qquad (2.6)$$

Эквивалентность сферически симметричных однородных звезд и замкнутых ФРУ вселенных обеспечивает основу для модели Оппенгеймера-Снайдера (ОС), что проиллюстрируем ниже. Мы хотим изучить внутреннее решение гравитационной коллапсирующей звезды с тензором энергии $T_{\mu\nu}$, в том числе влияние обратного теплового излучения Хокинга, оцененного для вакуума Хартли-Хокинга, с Тензором энергии-импульса $\tau_{\mu\nu}$ полученные в работе [14]. Новые гидродинамические отношения теперь будут вытекать из общего сохранения энергии $\left(T_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu}\right)_{;\nu} = 0$.

Мы рассматривали здесь упрощенную модель пыли с $p = 0$. В общем случае, даже для однородных звезд $D_r\, \rho = 0$, давление зависит от радиуса и для самогравитации это важно. На самом деле, даже для пыли $p = 0$, модификация, например, возмущение звездной жидкости или новых членов в метрике, ведет к поправкам к давлению, $\Delta p(r) \neq 0$, что может искусственно привести к каустикам, пересечении оболочек или даже сингулярностям, хотя и возмущения в плотности энергии могут оставаться связанными, $\rho_0 \rightarrow \rho_0 + \Delta\rho$ при некотором конечном радиусе. Поэтому детальное изучение возмущений вокруг решений, приведенных здесь, очень важно, и нужно их делать численно. С учетом этой оговорки, давайте обратимся к нашей системе.

2.1. Коллапс звезды

Из теоремы Биркгофа применительно к сферически симметричным объектам, внешнюю метрику, которая зависит от времени сферически для звезды с массой M, можно записать в виде

$$ds^2_{ext} = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{f(r)} + r^2 d\Omega^2 \quad (2.7)$$

с $dr\Omega$ телесным углом, под которым виден источник, и $f(r) = 1 - \frac{2m}{r}$ где $m(r,t)$ функция обозначает массу, заключенный в пределах радиуса r. Эффект Хокинга для внешней метрики незначителен, таким образом, метрика Шварцшильда является хорошим приближением вне звезды. Как показано в разделе выше, в коллапсирующей фазе, внутри любой сферически-симметричной однородной звезды может быть задана метрика замкнутой ФРУ "вселенной" [12]. Собственное время обозначается $\boldsymbol{\tau}$ и конформное время η в этой метрике ФРУ:

$$\begin{aligned} ds^2_{in} &= -d\tau^2 + a(\tau)^2(d\chi^2 + \sin^2\chi\, d\Omega^2) \\ &= a(\tau)^2[-d\eta^2 + d\chi^2 + \sin^2\chi\, d\Omega^2] \quad (2.8) \end{aligned}$$

$$\tau = \int a(\eta)d\eta \quad , \quad r(\tau) = a(\eta)\sin\chi$$

2.2. Модель Оппенгеймера-Снайдера

Хотя идеологически, модель ОС полезна в изучении особенности внутренней динамики пылевых звезд, необходимо сделать ряд ключевых шагов, которые сделаны ниже, для процедуры согласования внутренней и внешней метрик на поверхности звезды. Движение поверхности звезды необходимо знать для вывода о том, как создаются частицы у коллапсирующей звезды. В модели Оппенгеймера-Снайдера (OS) [1], поверхность гравитационной коллапсирующей сферически симметричной звезды состоят из пыли с радиусом R, движется вдоль

$$R_s = \frac{1}{2}R(0)[1+\cos(\eta)] \qquad (2.9)$$

с масштабным коэффициентом $a = \frac{a_0}{2}[1+\cos(\eta)]$ и собственным внутреннем временем $\tau = (\eta + \sin\eta)$. Внешнее время Шварцшильда обозначается через τ. Соответствие при $t = 0, Rs\ (0) = R_0$, дает хорошо известные соотношения: $a_0 = \sqrt{\frac{R_0^3}{2M}}$, $\sin\chi_0 = \sqrt{\frac{2M}{R_0}}$

$$t = 2Mln\left[\frac{\left(\sqrt{\frac{R_0}{2M}-1} + \tan\left(\frac{\eta}{2}\right)\right)}{\left(\sqrt{\frac{R_0}{2M}-1} - \tan\left(\frac{\eta}{2}\right)\right)}\right] + 2M\sqrt{\frac{R_0}{2M}-1}$$

$$* [\eta + \frac{R_0}{4M}(\eta + \sin(\eta))] \qquad (2.10)$$

Внутренняя и внешняя метрики звезды, (уравнения (2.10)), совпадают на поверхности звезды путем решения следующего уравнения

$$a^2(\eta) = f(r)\left(\frac{dt}{d\eta}\right)^2 - \frac{1}{f(r)}\left(\frac{dr}{d\eta}\right)^2 \qquad (2.11)$$

$R_s(\eta) = r(\eta)\,|_{r=R_s}$ a $(\eta)\, sin\,\chi_0$ где χ_0 соответствует радиусу звезды на ее поверхности. Внешние нулевые координаты (u, v) на поверхности звезды, заданные из обычного соотношения времени и радиуса могут быть, в результате согласования двух метрик, выражены как функции собственного времени внутри области:

$$\binom{u}{v} = t \mp r \mp \ln\left(\frac{r}{2M} - 1\right)|_{r=R_s} = \binom{U_s(\eta)}{V_s(\eta)} \qquad (2.12)$$

в членах с внутренними координатами $\binom{U}{V}$ заменой $(t\ (\eta), r\ (\eta))$ в уравнениях (2.11), и требуя $v = 0$ в начале коллапса (или $\eta = 0$). В центре звезды $r = 0$ соответствует $U - 2R_s(\eta = 0)$. Уравнение (2.12) приводит к известному результату

$$\begin{aligned} v = V_s(\eta) = \ln&\left[\sin^2\left(\frac{\eta}{2}\right) + \left(\frac{R_0}{2M} - 1\right)\cos^2\left(\frac{\eta}{2}\right) + 2sin\left(\frac{\eta}{2}\right)cos\left(\frac{\eta}{2}\right)\left(\frac{R_0}{2M} - 1\right)^{\frac{1}{2}}\right] \\ &+ R_0\left[\cos^2\left(\frac{\eta}{2}\right) + \left(\frac{R_0}{2M} - 1\right)^{\frac{1}{2}} sin\left(\frac{\eta}{2}\right)cos\left(\frac{\eta}{2}\right)\right] \\ &+ \eta\left(\frac{R_0}{2M} + 1\right)\left(\frac{R_0}{2M} - 1\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (2.13) \end{aligned}$$

После того, как уравнение движения поверхности звезды известно, энергия образования частиц можно оценить (с помощью формул (3.1) -. (3.2)).

3. Излучение Хокинга внутрь звезды

Образование частиц общая черта искривленного пространства-времени в квантовой теории поля [9]. Меняющееся со временем гравитационное поле разрушающихся звезд приводит к созданию квантовых гравитационных частиц. Для случая коллапса звезд в Черные Дыры, этот процесс известен как эффект Хокинга. Весь поток частиц создается с момента начала коллапса, вплоть до момента образования горизонта, когда последний фотон покидает горизонт. С момента формирования горизонта, поверхностная гравитация $\boldsymbol{\kappa}$ Черной Дыры почти постоянна и излучение не может выйти из Черной Дыры к будущей бесконечности, так как по определению горизонта, фотоны захватываются горизонтом. Образование частиц вытекает из появления "приливной" силы меняющегося гравитационного поля вблизи поверхности коллапсирующей звезды, которая "разрывают" вакуумную пару на частицу и античастицу [2], [3], [13], [15] и [18]. Положительные энергетические частицы, убегающие в бесконечное будущее, становятся частью излучения Хокинга, в то время как отрицательные энергетические частицы попадают внутрь звезды [13], [15] и [18]. Если Σ_0 и Σ_f обозначают 3-х мерные поверхности в начале коллапса и конца соответственно, то промежуток времени между двумя поверхностями есть временной интервал, в течение которого производится все излучение Хокинга до момента пока последний фотон с временем γ_f появится на горизонте. Любой другой фотон после γ_f должен быть захватываются горизонтом и не может избежать Черной Дыры.

Решающий момент, который надо подчеркнуть, заключается в том , что излучение Хокинга создается меняющимся гравитационным полем коллапсирующей звезды, то есть до образования Черной Дыры, [9] и [18]. В противном случае поверхностная сила тяжести Черной Дыры $\boldsymbol{k}$, и температура излучения Хокинга будет возрастать со временем, что приводит к нетепловому распределению излучения. Горизонт событий Черной Дыры захватывает последовательность фотонов излучения, возникающего вблизи горизонта событий. Фотоны, полученные после γ_f , не могут выйти наружу, а их геодезические находятся внутри Черной Дыры. Точнее, поверхностная гравитация ЧД определяется членами 4-ускорения внешнего наблюдателя. Если $\boldsymbol{\kappa}$ увеличивается со временем, то ускорение будет также увеличиваться относительно свободно падающего наблюдателя. По этим причинам, создание квантовой гравитационной частицы происходит во время фазы коллапса звезды (см. статью Дэвиса [18] для подробностей).

Зная, что образование частиц происходит во время коллапса, мы можем включить влияние обратного излучения Хокинга на динамику коллапса звезды, чтобы выяснить, есть ли в конце сингулярность. Это мы проделам далее. Мы будем учитывать влияние обратного излучения внутри звезды для случая, когда начальное состояние находится в вакууме Хартли-Хокинга. Компонента энергии звезды теперь получает вклад от отрицательного потока энергии излучения Хокинга, который идет внутрь: $\rho \rightarrow \rho_0 - |\rho_{rad}|$, где $|\rho_{rad}|$ это плотность энергии излучения Хокинга. В то же время, компонента давления в тензоре энергии-импульса звезды получает дополнительный вклад от этого излучения, которое, исходя из расчета [14], для вакуума Хартли-Хокинга в 4-х мерии задается видом $\Delta p_r = \frac{\rho}{3}$. Причина появления отрицательного знака, как описано выше, в механизме излучения Хокинга, который заключается в том, что рождается пара частиц вблизи коллапсирующей звезды, положительные энергетические частицы уходят на бесконечность, а отрицательные энергетические частицы попадают внутрь звезды [2], [3] и [13]. Отрицательная энергия излучение Хокинга внутри звезды есть способ объяснить уменьшение массы звезды со временем. Излучение зависит от времени коллапса, но, при отсутствии обратного рассеяния, оно не зависит от радиуса [14]. Этой теме посвящена значительная литература [15].

В частности, можно опасаться, что, поскольку, излучение активно возникает, когда звезда коллапсирует, обратное излучение влияет на компоненты звездной метрики, и на то, будет ли поток излучения зависеть от времени, а также имеет большое значение изотропность и симметрия звезды. Мы можем решить эту проблему с помощью следующей аналогии, в которой есть временная зависимость: количество излучения Хокинга, производимое звездой, коллапсирующей в Черную Дыру, эквивалентно излучению, создающего движущимся зеркалом по определенной траекторией $a(u) \sim \ln\left(\cosh\left(\frac{\tau}{M}\right)\right)$, как показано в работе [17]. Поэтому элегантный способ включения временной зависимости обратного излучения Хокинга во внутреннюю область звезды здесь в наших расчетах, заключается в том, чтобы считать нашу систему, как будто звезда проходит обычную стадию гравитационного коллапса, но у которого есть зеркало, которое движется вместе с его поверхностью.

На данном этапе нас не волнует мелкие детали воздействия звезды на зеркало, хотя в модифицированном коллапсе звезды, как известно, спектр рождения частиц простой [18], и мы предоставим этот результат в следующем разделе. Именно это конечное состояние коллапсирующей звезды нас интересует. Без ограничения общности, мы будем держать зеркало вдоль траектории, которая дает правильное выражение для излучения Хокинга, хотя поверхность звезды будет двигаться по измененной траектории коллапса из-за влияния обратного излучения Хокинга. Затем оценивается излучение Хокинга из модифицированного движения поверхности звезды, как показано в следующем разделе. Есть два способа решения проблемы взрывающейся звезды в «бане» излучения с отрицательной энергией.

(i) . Мы можем использовать симметрию задачи и рассмотреть метрику Шварцшильда вне и "замкнутую Вселенную" внутри. Мы тогда решаем уравнения Эйнштейна внутри звезды, когда включено влияние обратного излучения Хокинга, и сшить две метрики на движущейся поверхности звезды. Сшивка на поверхности, позволяет рассмотреть эволюцию звезды с точки зрения внешних наблюдателей. Последнее означает, что увидит нормальный внешний наблюдатель, сопутствующий поверхности звезды. После того, как измененное движение поверхности звезды вычислено с помощью этих шагов, мы можем затем перейдем к оценке модифицированного излучения Хокинга, исходящего из него;

(II). Мы можем решить 4-мерных уравнений Эйнштейна, в том числе поток излучения, $\tau_{\mu\nu}$, от $G_{\mu\nu} = 8\pi\,(T_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu})$, в недрах звезды, для случая, когда начальное состояние вакуума Унру.

Основное различие между этими двумя методами заключается в выборе исходного состояния вакуума. Выбор вакуума Хартли-Хокинга [13] приводит к идеализированной ситуации с излучением в «тепловой бане», которое симметрично по времени и всюду конечно ($\tau_{tr} = 0$). Выбор вакуума Унру нарушает симметрию времени и в результате ведет к потоку положительной энергии излучения, уходящему от звезды к будущей бесконечности и к эквивалентному, но отрицательному потоку энергии излучения ($\tau_{tr} \neq 0$) падающего в коллапсирующую звезду [16] и [21]. Существует огромное количество литературы, посвященной обсуждению этих двух вакуумных состояний [3], [7], [13], [15] и [18]. Беспокойство первого выбора исходит из идеализации временной симметрии, в то время как озабоченность с вакуумом Унру является реальность его существования. Даже без звезды, равноускоренный наблюдатель обнаружит излучения Унру. Несмотря на дискуссии о выборе начального вакуума, существование излучения Хокинга не оспаривается, и он остается таковым независимо от выбора граничных условий [15]. Изучение влияния обратного излучение Хокинга во внутреннюю область звезды для обеих вакуумных состояний завершат эту часть исследования. В случае (II) выбор вакуума Унру производит поток излучения τ_{tr}. Решение уравнений Эйнштейна и уравнений гидродинамики для этого начального состояния, в том числе в случае, когда предположение однородности для звезды ослаблено, будет представлена в статье II [8]. Здесь представлены результаты случая (I): обратное излучение во внутреннюю область звезды, в «тепловую баню», содержащую частицы излучение Хокинга, когда начальное состояние Хартли-Хокинга (HH). Из-за искривленного характера метрики в недрах звезды [19], и отношение полного тензора напряжений энергии к потоку Кодама [20], будет показаны в работе [8], что эффект Хокинга во внутреннюю часть звезды ведет к тем же заключениям.

3.1. Излучение Хокинга в 4-х измерениях

Авторы [18] исследуют образование частиц на барьере Шварцшильда. Они показали в 2-мерном случае, количество отрицательного излучения, уходящее в звезду, равно количеству излучения Хокинга в будущее на бесконечности.

Дэвисом далее было показано в [17], что количество излучения Хокинга в ∞ равно количеству излучения, создаваемого движущимся зеркалом с траектории $r(t)$, такая, что $U = \alpha$ (и) $=$ $2t_u - u, t - r\,(t_u)\ = u$, где нижний регистр (u, v) обозначают нулевые координаты в внешней метрике звезды, и (U, V) в своей внутренней метрике. В целом внутренняя метрика в 2-х измерениях конформно плоская и может быть записана в виде

$$ds^2 = C(U,V)dUdV\ = A(u,v)dudv \qquad (3.1)$$

Здесь $A(u,v) = C(U,V)\frac{DU}{du}\frac{DV}{dv}$

Образованные частицы из этой метрики имеет тензор энергии-импульса [18]

$$\begin{cases}\tau_{uu}^{finite} = -F_u(C)\\ \tau_{vv}^{finite} = -F_v(C)\end{cases} \qquad (3.2)$$

где $F_x\,(y) = \frac{1}{12\pi}\sqrt{y}\ \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(\frac{1}{\sqrt{y}}\right)$. Аналогичные результаты имеют место в 4-х мерном случае [14] и [16]. После того, как мы преобразуем координаты внутренней метрики в уравнении (3.1) в координаты внешней метрики, (3.2) получается излучение Хокинга. Различные значения (3.2) соответствуют различным граничным условиям. Например, уравнение (3.2), для выбора вакуума Бульвара (Boulware), соответствует члену поляризации вакуума статической звезды; выбор вакуума Унру соответствует потоку частиц ($\tau_{tr}\ \neq\ 0$), которая конечна на + ∞, но расходится на горизонте в прошлом; выбор Хартла-Хокинга (HH) вакуума, используемого в нашем исследовании здесь, соответствует «бане» частиц с отрицательной энергией в недрах звезды, и частиц положительной энергии на внешней поверхности звезды избегающей бесконечности в нуле . В вакууме НН, $\tau_{\mu\nu}$ конечна всюду в том числе на горизонте, но $\tau_{tr}\ =\ 0$ [13], [15], [18] и [21].

Результаты этого процесса в 4-х измерениях плотности энергии ρ_{HH} и давления p_{hh} были получены Howard and Candelas [14] (которые также показали, что изотропность излучения не нарушена). Они показали, что в НН-вакууме тензор энергии-импульса излучения Хокинга $\tau_{\mu\nu}$ таков, что $\rho_{HH}\ =\ 3\mathrm{p_{HH}}$, на + ∞ в будущем на бесконечности, а равно и противоположно этому значению внутри горизонта. Это означает, что падающие частицы на горизонте, а также те, которые на + ∞, не нарушат изотропию звезды. Давайте теперь представим коллапсирующую звезду, заполненную внутри себя тепловым изотропным излучением Хокинга с отрицательной энергией. Из-за эквивалентности выражения излучения Хокинга с энергией частиц, образуемых движущимся зеркалом по определенной траектории [17], давайте возьмем зависящую от времени энергию излучения ρ_{HH}, которое производится движущимся зеркалом по особой траектории асимптотически приближающейся к u $\ a(u) = t_u \ln\left(cosh\left(\frac{t}{M}\right)\right)$, с t собственным внешнем временем. Оценка зависящего от времени перенормированного тензора напряжений энергии частиц, радиально излучаемых зеркалом внутрь звезды дается с помощью:

$$t_{vv}^{renorm} = F_v(a) = \frac{\left(1+e^{-\frac{2t}{M}}\right)}{48\pi M^2}\left(-1+\frac{2}{1+\frac{2t}{m}}\right)\underset{t\to\infty}{\longrightarrow} -\frac{1}{48\pi M^2}$$

которое прекрасно согласуется с энергией излучения Хокинга в НН-вакууме, найденного в работе [14], для 4-мерного перенормированного тензора энергии-импульса.

Расчет организован следующим образом: наша коллапсирующая звезда заполняется излучением Хокинга с отрицательной энергией - «тепловая баня» - с условием $\rho_{HH}\ = 3p_{HH}$, 'подражая' движению зеркала. Мы решаем для внутренней метрики звезды, в том числе обратной реакции "зеркала" (ρ_{HH}, p_{HH}). Полезно вспомнить, что излучение Хокинга не зависит от радиуса и от деталей коллапса. Тогда внутренняя метрика выражается в терминах внешней метрики Шварцшильда путем сшивки (согласования) на движущейся поверхности звезды. Движение поверхности звезды определяется решением уравнений Эйнштейна с включенным членом обратного излучения, позволяет оценить измененное излучение Хокинга через уравнение. (3.2) [17], а именно: для новой метрики, мы оцениваем $C_{New}\ (U, V)$ на поверхности звезды. Тогда мы имеем:$\tau_{vv}^{new} = -F_v(C)$. Этот метод эквивалентен решению уравнений Эйнштейна, так как уравнение давления связано с кривизной метрики звезды, $\left(\frac{\ddot{a}}{a} = -(p\ +\ \rho)\right)$, а это не более, чем закон сохранения ковариантной энергии, который мы принимается во внимание. Мы найдем, что звезда отскакивает в конечной стадии от конечного радиуса вместо достижения к сингулярности.

4. Влияние обратного излучения Хокинга на коллапсирующую звезду

Начнем с НН-вакуума, в качестве граничного условия в прошлом на бесконечности для изучения гравитационной динамики коллапса в недрах звезды [14], [18] и [21]. Мы используем согласование метрик на поверхности звезды, показанном в разделе 2.2 для модели ОС, в рамках ряда приближений, сделанных здесь, а именно: возьмем коллапсирующую сферически симметричную звездную пыль, которая является однородной и изотропной: $\rho = \rho_0 = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R_0^3}$,

$p = 0$,. При выборе НН вакуума, эта звезда погружается в «тепловую баню Хокинга», которое внутри задается тензором натяжений $\tau_{\mu\nu}$ с компонентами $-3\rho_{HH}\ =\ -p_{HH}$, как получено в работе [13], [16] и [18].

Внутренняя часть сферически симметричной звезды может быть записана в виде замкнутой ФРУ Вселенной, как показано в разделе 2, в дальнейшем мы сшиваем ФРУ метрику на поверхности звезды на старте с метрикой Шварцшильда [12]. Внутри данной метрики мы можем решить уравнения Эйнштейна. Компонента G_{00} уравнений Эйнштейна это "фридманское" уравнение звезды для "закрытой ФРУ вселенной":

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \left(\frac{a'}{a^2}\right)^2 = -\frac{1}{a^2}+\frac{\rho_0}{a^3}-\frac{|\rho_{rad}|}{a^4}(4.1)$$

с $0 \le \eta \le \pi$, где точка $\frac{\partial}{\partial\tau}$, штрих $\frac{\partial}{\partial\eta}$,. Здесь ρ_0 является плотность однородной звезды и ρ_{rad} плотность энергии излучения Хокинга в недрах звезды, которая является отрицательной. Решение уравнения (4.1) есть:

$$a(\eta) = \frac{\rho_0}{2} - \frac{1}{2}\ \ (\rho_0^2 - 4|\rho_{rad}|\,)\sin^2\eta \qquad (4.2)$$

Обратите внимание, что это решение (4.2) учитывает зависимость от времени $\rho_{rad}\ (\eta)$, вычисленной в разделе 3.1 через аналогию с движущимся зеркалом на поверхности звезды. Мы можем включить эту динамику во времени заменяя $\rho_{rad}\ (\tau)\ \rightarrow\ \rho_{rad}\ (\eta)$, как только мы свяжем внешнее времени $\boldsymbol{\tau}$ с конформным внутреннем временем η с помощью сравнения двух метрик на поверхности звезды.

Поток пыли в недрах звезды определяются скоростью взрыва внутрь звезды, $\mathrm{a}(\eta)$, так как $r = sin\ (\chi)\mathrm{a}(\eta)$. Таким образом, радиальная составляющая 3-скорости жидкости дает нам $v \cong \dot{r} =\ sin\ (\chi)\mathrm{a}(\eta)$, объясняя отскок звезды: $\dot{a}(t) = 0$.

Теперь из уравнения (4.1) ясно, что всегда существует решение, для которого есть минимальный радиус звезды, который она достигает до того, как отскакивает, $\dot{a}(t) = a'(\eta) =$ 0. Это решение грубо определяется видом $a_{\min} = \frac{\boldsymbol{\rho_{rad}}}{\boldsymbol{\rho_0}}$. Вне зависимости от количества радиации Хокинга в ρ_{rad} и мелких деталей временной зависимости ρ_{rad}, условие отскока всегда выполняется для конечного радиуса.

Модифицированное движение поверхности звезды заданное как $Rs\ (\eta) = \mathrm{a}(\eta) sin(\chi_0)$, где $a(\eta)$ оценивается в (4.2), вносит поправки в спектр рождения частиц (3.2). В завершении расчетов, если мы заинтересованы найти, как излучение Хокинга само изменяется от обратного влияния модифицированного коллапса звезды, нам в первую очередь необходимо связать внутреннее конформнее время $\eta = \eta(t)$ к внешнему времени t, чтобы выразить $\rho_{HH}(\tau) = \rho_{rad}$ раздела 3.1 как функцию конформного времени η:

$$\rho_{rad}(\eta) = -\frac{1}{48\pi M^2}\left(1 + e^{-\frac{t}{M}}\right)\left(-1 + \frac{2}{1 + \frac{e^t}{M}}\right) \qquad (4.3)$$

Переход к внутреннему конформному времени теперь достигается путем сшивки внешних и внутренних метрик на движущейся поверхности звезды, используя уравнение (2.11). Выражение $\eta = \eta\ (t)$ мы находим алгебраически утомительным. Мы использовали систему, чтобы оценить его из уравнения. (2.11) и аппроксимировать его в более простую форму:

$$\rho_{rad}(\eta) \sim \tanh^2(\eta)\frac{1}{48\pi M^2} = -\tanh^2(\eta)\rho_{rad}^0 \quad (4.4)$$

Хотя, фактическое выражение для $\rho_{rad}\ (\eta)$ для уравнения. (4.3) и $\eta(t)$ приближенно, уравнение (4.4) подходит хорошо, и это то, что используется при оценке масштабного коэффициента a(η).

Второе уравнение Эйнштейна тривиально выполняется: $\frac{\ddot{a}}{a} \sim -\sum_i(\rho_i + p_i)$, так как оно эквивалентно ковариантном закону сохранения энергии (тождество Бианчи (Bianchi)), для обоих энергетических компонентов ρ и ρ_{rad}, которые уже учтены при оценке $p_{rad} = \frac{1}{3}\rho_{rad}$ в пределе $r \to \infty$ [14], при $p = 0$.

Давайте теперь выразим внутреннее собственное время от конформного времени через $\tau = \int a(\eta)d\eta$, где a(η) из (4.2). Опять же с помощью Mathematica, эта функция может быть построена, чтобы показать, что надлежащее время внутри хорошо аппроксимируется:

$$\tau \cong \frac{A}{2}\ (-1 + \eta + \cos^2\left(\frac{\eta}{2}\right))\ \cong \frac{A}{2}\left(\eta - \sin^2\left(\frac{\eta}{2}\right)\right) \qquad (4.5)$$

Наконец мы вычисляем внешнее время Шварцшильда t через η из уравнения (2.11) численно. Оно дается грубо так:

$$t = t_0[\eta + \cos(\eta)\, e^{-2(\eta + \cos\left(\frac{\eta}{2}\right)}\ ]$$

Из соотношения $r = a(\eta)\ sin\,\chi$, мы можем построить нулевую координату V_s на поверхности звезды, как: $R_S(\eta) = R_0 a\ (\eta) = a(\eta)\sin(\chi_0)$, с помощью

$$V_s(\eta) = t(\eta) - R_s - \ln\left|\frac{R_s}{2M} - 1\right| \quad (4.7)$$

Модифицированное излучение Хокинга в результате обратного излучения приводит к коррекции движения поверхности звезды и дается формулой (4.7). Фактором является $\Delta\tau_{vv} = -F_v\ (V_s(\eta))$. Записывая $a(\eta)$ в зависимости от t используя формулу (4.6) в уравнении (4.2), чтобы "перевести", что увидит внешний наблюдатель в качестве нормального наблюдателя, находящегося на поверхности звезды. Эти результаты, которые учитывают обратное излучение Хокинга во внутренней метрике коллапсирующей звезды, предоставят всю необходимую нам информацию о радиусе отскока, движения поверхности звезды и модифицированный спектр частиц. Обратное рассеяние игнорируется повсюду. Для наших целей ключевым моментом является то, что условие $\dot{a}(\eta) = 0$ дает радиус отскока для звезды. Этот радиус определяется:

$$a^2(\eta) = \frac{\rho_0}{2}[1 - \sin(\eta)(1 - 4\frac{\rho_{rad}}{\rho_0}\tanh^2(\eta))] \qquad (4.8)$$

И достигает минимума про $a_{\min}\ \sim\frac{\rho_{rad}}{\rho_0}$. Отскок также наблюдается внешними наблюдателями, когда соблюдается соотношение: $a\big(\eta(t)\big) = a(t)$. В рамках нашего подхода, представленного здесь, нет сингулярности и горизонт событий еще не сформировался, так как звезда отскакивает при конечной (t, χ, η) до того, как горизонт может быть достигнут. Размер звезды при этом отскоке :

$$R^{bounce} = a_{\min}\ (\eta)\sin(\chi_0) \cong \frac{\rho_{rad}}{\rho_0}\sin(\chi_0)\ (4.9)$$

Мы можем то же получить для отскока звезды и показать, что это произойдет до образования горизонта, из уравнений Эйнштейна и общего сохранения энергии [10] из исходной внутренней метрике (2.2). Одно из уравнений Эйнштейна для внутренней метрики однородной пылевой звезды, уравнение (2.2) вместе с излучением Хартли-Хокинга в нем, относительно скорости пыли звезды дают гравитационный потенциал и светимость $L = 4\pi R^2\rho_{rad}$ от излучения Хокинга:

$$D_\tau U = -\frac{m}{R^2} - \frac{L}{R} \qquad (4.10)$$

Так как мы сосредоточены на внутренней области звезды, где плотность энергии излучения Хокинга отрицательно, мы можем записать $\rho_{rad}^{0\ in} = -q$. Интегрируя это уравнение, с самого начала коллапса $R\ (0) = R_0$, и используя $\Phi' = 0,\ q(R_0) = \rho_{rad}(0) = 0,$

$U = D\tau R = \partial_\tau R,$ дает соотношение

$$U = R\frac{\dot{A}(\tau)}{A(\tau)} = \left(\frac{2m}{R} - \frac{2m}{R_0} + 4\pi q R^3\right)^{\frac{1}{2}} \qquad (4.11)$$

Таким образом, от $\dot{R} = U = D_\tau R = \partial_\tau R$ мы получаем $\int\frac{dR}{U}$, которое демонстрирует, после интегрирования, что точка $R = 0$ не достигается за конечное собственное время. Радиус отскока здесь оценивается из условия $\dot{R} = U = 0$, получая тот же результат, как и раньше.

Результат для отскока, полученного из метрики уравнения. (2.2) полезно для подтверждение того, что сильный удар будет до образования поверхности Шварцшильда. Условие формирования поверхностей Шварцшильдом задается $\Gamma^2 \leq 0$ где Γ дается:

$$\Gamma^2 = 1 + U^2 - \frac{2m}{R} \qquad (4.12)$$

Для нашей системы пылевой звезды с отрицательной в ней энергией. Мы обнаружили из уравнения (4.11), что $U^2 = (\frac{2m}{R} - \frac{2m}{R_0} + 4\pi q R^3)$, которое при замене выражения в (4.12) дает:

$$\Gamma^2 = 1 - \frac{2m}{R_0} + \frac{4\pi q R^3}{3} > 0 \qquad (4.13)$$

Ясно, что эта величина всегда положительна. Мы пришли к выводу, что звезда никогда не уходит за поверхность Шварцшильда, а это означает , что сильной отскок появляется до формирования горизонта событий. Причина этого результата заключается в том факте, что включение отрицательной энергии излучения внутри звезды, нарушает энергетическое условие теоремы сингулярности Пенроуза-Хокинга [22].

4.1. Временные ловушечные поверхности?

Мы показали, что коллапсирующая звезда не достигнет точки сингулярности в центре. Вместо этого она отпрыгивает до того как горизонт событий имеет шанс сформироваться. Но могут ли возникнуть ловушечные поверхности в любом месте, даже временно? Мы можем решить эту проблему, глядя на фотоны, испускаемые по месту образования (χ_e, η_e) в звезде и найти, если площадь A, охвачена ими, такова, что

$$\frac{dA}{d\eta} \leq 0 \qquad (4.14)$$

Где $A = \int \sqrt{g_{\theta\theta} g_{\varphi\varphi}} d\theta d\varphi = \pi r_e^2(\eta)$. Из (4.14) и $r_e(\eta) = \sin(\chi_e)\, a(\eta_e), r > a$, условие (4.14) становится:

$$\frac{d[\sin(\eta_e)\, a(\eta_e)]}{d\eta} \leq 0 \qquad (4.15)$$

Заметим, что фотоны в ФРУ закрытой вселенной подчиняются: $\frac{d\chi}{d\eta} = \pm 1\, , or\ (\chi - \chi_0) = \pm(\eta - \eta_0)$. Это нулевые геодезические и уравнения (4.15) ведут к :

$$\pm \cos(\chi_e)\, a(\eta_e) + \sin(\chi_e)\, a'(\eta_e) \leq 0 \qquad (4.17)$$

Это условие для образования ловушечной поверхности, которое переписывается в виде:

$$\cos(\chi_e)\, a(\eta_e)[1 + \tan(\chi_e)\frac{a'}{a}] \leq 0 \qquad (4.17)$$

Вспомним, что $a(\eta) > 0$, но $\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right), 0$ для коллапсирующей стадии $a = a_{\min}$. Таким образом, (4.17) следует, что на стадии коллапса, фотоны, которые уходят из положения (χ_e, η_e) в звезде, которая удовлетворяет соотношению (4.18) ниже, будет временно в ловушке, если

$$\tan\chi_e \left|\frac{a'}{a}\right| \geq 1 \qquad (4.18)$$

Для стадии $a' = 0, a = a_{\min}$, условие ловушечных поверхностей уравнения (4.18) не может быть удовлетворено. То же самое верно и для фазы расширения $a > a_{\min}$, состояние ловушечной поверхности (4.17) не удовлетворяется. Но для стадии коллапса (4.18) могут быть временные ловушечные поверхности, которые зависят от деталей коллапса, до того, как скорость коллапс такая: $H = \frac{a'}{a^2} \geq \frac{1}{a * \tan(\chi_e)}$

5. Заключение.

Мы рассмотрели сферически симметричный зависящий от времени гравитационный коллапс звезды в Черную Дыру. В том числе и влияние обратной отрицательной энергии излучения Хокинга в недрах звезды, которое приводит к тому, что звезда коллапсирует до минимального радиуса, затем отскакивает, прежде чем горизонт событий у Черной Дыры или сингулярность образуется. Несмотря на это, временные ловушечные поверхности могут образовываться для фотонов, расположенных в недрах звезды, в течение интервала коллапса вблизи стадии его минимального размера, но не выходят за рамки этой стадии. Мы рассмотрели условия для формирования временных ловушечных поверхностей. Интересно отметить, что хотя излучение Хокинга кажется универсальным, в том смысле, что оно не зависит от деталей коллапса, а только от массы звезды, возможно образование ловушечных поверхностей, которые зависят от скорости коллапса. По крайней мере, это так в нашей простой модели звездной пыли. На стадии образования временной ловушечной поверхности, вокруг звезды, звезда будет выглядеть как Черная Дыра по отношению к внешнему наблюдателю, так как информация о звезде временно скрыта за ловушечной поверхностью.

Что может быть не так с этой картинкой? Вполне возможно, что предположения симметрий и пыли для звезды не являются реалистичными. На основе этих симметрий тензор напряжений энергии жидкости и «тепловой бане» излучения Хокинга разделяется и удовлетворяется тривиальным образом. Далее мы планируем исследовать эту проблему для более реалистичного сценария [8], где мы рассмотрим поток излучения Хокинга с $T_{tr} \neq 0$, а не «тепловую баню» Хартли-Хокинга, принятую здесь, который возникает на стадии коллапса звезды тем самым нарушая временную симметрию [11]. Мы планируем отказаться от предположения об однородности и рассмотрим более общий случай, который обеспечивает передачу тепла и импульса между жидкостью и потоком излучения Хокинга. Связанная система излучения и жидкости быстро становится очень сложной и точное решение может быть получено только численно. Если точные результаты на следующем этапе подтверждают выводы этой работы, последний вопрос в данном исследовании, является вопрос об устойчивости решений к возмущениям. Речь идет о том, что возмущения могут сделать найденные решения нестабильным. Хотя в данном простом случае, гравитационный потенциал с отрицательным обратным влиянием излучения Хокинга кажется устойчивым к возмущениям, должно быть проведено строгое расследование, чтобы подтвердить это для более общих и точных решений, которые будут представлены в работе [8]. В дальнейшем в работе [8] мы будем проверять, зависят ли результаты от выбора начального состояния для излучения Хокинга и симметрий звезды. Предположения однородности и изотропности позволило нам думать о внутренней области звезды как о замкнутой ФРУ вселенной и дало заключение, что она отскакивает. Однако отказавшись от этих предположений, мы представим в работе [8] численные решения для 4-мерной гидродинамической системы, и эти данные окажутся на более твердой почве. Принимая во внимание, что для обоих начальных состояний НН и Унру, степень симметрии задачи весьма схожа, и что излучение Хокинга является универсальным и не зависит от выбора начального состояния, вполне вероятно, что отскок коллапсирующей звезды для случая исходного состояния НН, будет сохраняться.

References

[1]J.R. Oppenheimer, H. Snyder, Phys. Rev. 56 (1939) 455.
[2]S.W. Hawking, Nature 248 (1974) 30–31;
S.W. Hawking, Commun. Math. Phys. 43 (1975) 199.
[3]L. Parker, Phys. Rev. D 12 (1975) 1519;
L. Parker, S.A. Fulling, Phys. Rev. D 7 (1973) 2357

[4]R. Penrose, The big bang, quantum gravity and black-hole information loss, in: Foundations of Space and Time: Reflections on Quantum Gravity, 10–14 August 2009, Cape Town, South Africa, 2012, CNUM: C09-08-10.2;
W. Israel, Z. Yun, Phys. Rev. D 82 (2010) 124036, arXiv:1009.0879 [hep-th];
M. Varadarajan, J. Phys. Conf. Ser. 140 (2008) 012007;
T. Vachaspati, D. Stojkovic, L.M. Krauss, Phys. Rev. D 76 (2007) 024005, arXiv:gr-qc/0609024;
S.W. Hawking, Phys. Rev. D 72 (2005) 084013, arXiv:hep-th/0507171;
S. Hossenfelder, arXiv:1401.0288 [hep-th];
C. Kiefer, Lect. Notes Phys. 633 (2003) 84, arXiv:gr-qc/0304102;
G. 't Hooft, arXiv:gr-qc/9509050;
C.G. Callan Jr., in: Electroweak Interactions and Unified Theories, Meribel les Allues 1994, Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, 1994, pp.311–327;
T. Banks, Nucl. Phys. B, Proc. Suppl. 41 (1995) 21, arXiv:hep-th/9412131;
C.R. Stephens, G. 't Hooft, B.F. Whiting, Class. Quantum Gravity 11 (1994) 621, arXiv:gr-qc/9310006;
T.M. Fiola, J. Preskill, A. Strominger, S.P. Trivedi, Phys. Rev. D 50 (1994) 3987, arXiv:hep-th/9403137;
S.B. Giddings, Phys. Rev. D 49 (1994) 4078, arXiv:hep-th/9310101;
L. Smolin, in: Directions in General Relativity, vol.2, College Park 1993, 1993, pp.237–292, arXiv:gr-qc/9301016.
[5]A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, J. Sully, J. High Energy Phys. 1302 (2013) 062, arXiv:1207.3123 [hep-th];

A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, D. Stanford, J. Sully, J. High Energy Phys. 1309 (2013) 018, arXiv:1304.6483 [hep-th];
A. Almheiri, D. Marolf, J. Polchinski, D. Stanford, J. Sully, J. High Energy Phys. 1309 (2013) 018, arXiv:1304.6483 [hep-th].
[6]S.W. Hawking, arXiv:1401.5761 [hep-th].
[7]W.G. Unruh, Phys. Rev. D 14 (1976) 870.
[8]L. Mersini-Houghton, H. Pfeiffer, Backreaction of Hawking radiation on a grav-itationally collapsing star II: fireworks instead of firewalls, arXiv:1409.1837 [hep-th].
[9]L. Parker, Phys. Rev. Lett. 21 (1968) 562;
L. Parker, Phys. Rev. 183 (1969) 1057;
L. Parker, Phys. Rev. D 3 (1971) 346;
L. Parker, Phys. Rev. D 3 (1971) 2546 (Erratum);
L. Parker, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 705;

L. Parker, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 1497 (Erratum);
L. Parker, in: Proceedings, Asymptotic Structure of Space–Time, Cincinnati 1976, Plenum, New York, 1977, pp.107–226;
L. Parker, S.A. Fulling, Phys. Rev. D 9 (1974) 341.
[10]W.C. Hernandez, C.W. Misner, Astrophys. J. 143 (1966) 452.
[11]S. Bose, L. Parker, Y. Peleg, Phys. Rev. D 53 (1996) 7089, arXiv:gr-qc/9601035.
[12]Ingemar Bengtsson, Spherical symmetry and black holes, http://www.fysik.su.se/~ingemar/sfar.pdf;
Luciano Rezzolla, An introduction to gravitational collapse to black holes,
http://www.aei.mpg.de/~rezzolla/lnotes/mondragone/collapse.pdf.
[13]J.B. Hartle, S.W. Hawking, Phys. Rev. D 13 (1976) 2188.
[14]K.W. Howard, P. Candelas, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 403.
[15]S.M. Christensen, S.A. Fulling, Phys. Rev. D 15 (1977) 2088;
P.C.W. Davies, S.A. Fulling, S.M. Christensen, T.S. Bunch, Ann. Phys. 109 (1977) 108;
N.D. Birrell, P.C.W. Davies, Quantum Fields in Curved Space, Cambridge Mono-graphs on Mathematical Physics, Cambridge Univ. Press, 1982;
N.D. Birrell, P.C.W. Davies, Nature 272 (1978) 35;
N.D. Birrell, P.C.W. Davies, Phys. Rev. D 18 (1978) 4408;
G. 't Hooft, Nucl. Phys. B, Proc. Suppl. 203–204 (2010) 155.
[16]P. Candelas, Phys. Rev. D 21 (1980) 2185.
[17]P.C.W. Davies, S.A. Fulling, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A, Math. Phys. Sci. 348 (1976) 393;
P.C.W. Davies, S.A. Fulling, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A, Math. Phys. Sci. 356 (1977) 237;
P. Candelas, D.J. Raine, J. Math. Phys. 17 (1976) 2101;
L. Parker, D.J. Toms, Gen. Relativ. Gravit. 17 (1985) 167.
[18]P. Davies, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A 351(1664) (1976) 129–137;
P. Davies, S.A. Fulling, W.G. Unruh, Phys. Rev. D 13 (1975);
S.A. Fulling, W.G. Unruh, Phys. Rev. D 70 (2004) 048701.
[19]G. Abreu, M. Visser, Phys. Rev. D 82 (2010) 044027, arXiv:1004.1456 [gr-qc].
[20]Hideo Kodama, Prog. Theor. Phys. 63 (1980) 1217.
[21]W. Israel, Phys. Lett. A 57 (1976) 107;
W. Israel, Phys. Rev. 153 (1967) 1388;
W. Israel, Aspects of black hole entropy, 1985.
[22]S.W. Hawking, R. Penrose, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A, Math. Phys. Sci. 314 (1970) 529.